

ORTAÖĞRETİM
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

DERSLER CEPTE



MATEMATİK 9

ÜNİTE	ÜÇGENLER
KONU	• Üçgenlerde Temel Kavramlar • Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik • Üçgenlerin Yardımcı Elemanları • Dik Üçgen ve Trigonometri

DERSLER CEPTE 7. SAYI

MATEMATİK 9. SINIF

ISBN 978-975-11-6640-1



Genel Yayın Yönetmeni

Halil İbrahim TOPÇU

Yayın Koordinatörü

Dr. Yasin ELÇİ

Yazar Ekibi

Ahmet Salih DOĞAN, Öğretmen
Burak ÖZÇELİK, Öğretmen
Emel PARLITI, Öğretmen
Emre ŞAHİN, Öğretmen
Erdinç SALIK, Öğretmen
Erkan SERT, Öğretmen
Faruk BİLİCİ, Öğretmen
Fatih ÇINAR, Öğretmen
Fatma Pınar ÇINAR, Öğretmen
Filiz ERGÜDER, Öğretmen
Gonca İLTER, Öğretmen
İbrahim BUĞAÇAYIR, Öğretmen
İmdat Kurt, Öğretmen
Mehmet Fatih ÖZDEMİR, Öğretmen
Melike ÖĞÜT, Öğretmen
Meryem SONKAYA, Öğretmen
Mikail DAĞLI, Öğretmen
Neşe DEMİRTAŞ ANAÇ, Öğretmen
Özge Duygu BAYKAL GEDİK, Öğretmen
Özlem OKDEMİR, Öğretmen
Pınar KARAKUYU, Öğretmen
Sümeyye BARDAKÇI BAYRAM, Öğretmen
Şükrüye BOZKURT, Öğretmen
Uğur ATEŞ, Öğretmen
Yunus ÇETİN, Öğretmen
Zübeyde OCAK, Öğretmen
Zühre ŞAHBAZ, Öğretmen

Dizgi - Tasarım Ekibi

Behiye GÖK BOZKURT, Öğretmen
Cihan METİN, Öğretmen
Çağlayan Volkan YILDIZ, Öğretmen
Mikail DAĞLI, Öğretmen
Murat KORLAELÇİ, Öğretmen



İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif ERSOY

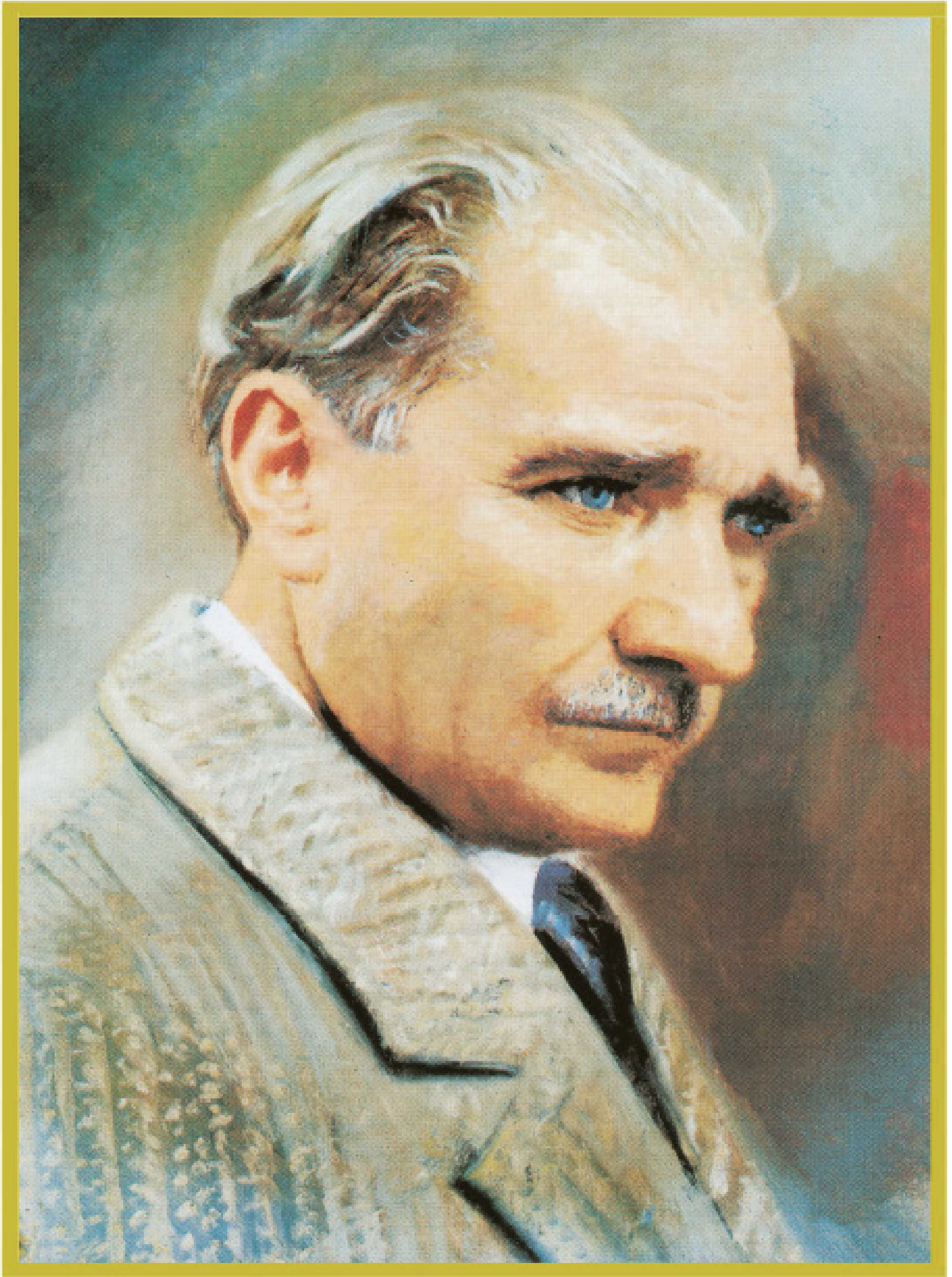
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER

Değerli Öğretmenler ve Sevgili Öğrenciler,

Sizler için hazırlanan Dersler Cepte fasiküllerinde tüm derslerdeki aylık konu özetlerini bulacaksınız. Gerek yazılılara hazırlanırken gerek konu tekrarı yaparken Dersler Cepte fasikülündeki konu özetleri size yol gösterecektir. Konu özetlerinin maddeler hâlinde ve görsel ağırlıklı olması bilgilerinizin kalıcı olmasında kolaylık sağlayacaktır. Konu özetlerinin yanında "Hatırlayalım, Kritik Bilgi, Dikkat, Faydalı Linkler, Araştırma, Bir Örnek de Sen Ver, Biliyor Musunuz?, Filozof Der ki, Felsefe Sözlüğü, Haritada Bulalım" gibi bölümlerle konuların en önemli noktalarını ve ilgi çekici yanlarını görmüş olacaksınız. Böylece eğlenirken aynı zamanda da bilgilerinizi pekiştirme fırsatı bulacaksınız.

Açık uçlu ve çoktan seçmeli sorularla tekrar ettiğiniz bilgileri kullanabileceksiniz. Karekodlar aracılığıyla çoktan seçmeli soruların video çözümlerini izleyerek sorulara anında dönüt alabileceksiniz. Her konuyla ilgili çıkmış soruların yer alması da üniversiteye hazırlık yolculuğunda sizlere rehberlik edecek ve işlediğiniz konuların ne kadar önemli olduğuna dair fikir verecektir. Ayrıca OGM Materyal web sitesi, yardımcıkaynaklar.meb.gov.tr ve eba.gov.tr adresleri üzerinden fasiküllerimize kolay ulaşma imkânına sahip olacaksınız.

Millî Eğitim Bakanlığı olarak alanında yetkin uzmanlarca titizlikle hazırlanmış ve denetimden geçmiş olan Dersler Cepte fasikülleriyle öğrenci ve öğretmenlere derslerin işlenişi ve tekrarı noktasında katkı sunulması amaçlanmaktadır.

Halil İbrahim TOPÇU
Ortaöğretim Genel Müdürü



Neler Öğreneceğiz?

- Üçgenin iç açı ve dış açı ölçüleri toplamını,
- Üçgende açı – kenar ilişkilerini,
- Uzunlukları verilen üç doğru parçasının hangi durumlarda üçgen oluşturduğunu,
- İki üçgenin eşliğini ve iki üçgenin eş olması için gerekli minimum koşulları,
- İki üçgenin benzerliğini ve iki üçgenin benzer olması için gerekli minimum koşulları,
- Temel orantı teoremini,
- Üçgenlerde benzerliğin modellenmesini,
- Açıortay, iç açıortay, dış açıortay, kenarortay, orta dikme, yükseklik gibi üçgenin yardımcı elemanlarını,
- Pisagor teoremini,
- Dar açıların trigonometrik oranlarını,
- Birim çemberi

öğreneceksiniz.

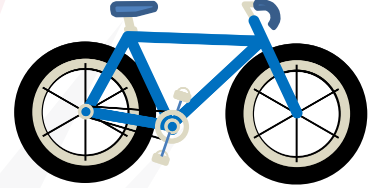
YKS' DE ÇIKMIŞ SORULARIN KONULARA GÖRE DAĞILIMI

Sınıf Düzeyi	Ünite	Konu	2018 TYT	2018 AYT	2019 TYT	2019 AYT	2020 TYT	2020 AYT	2021 TYT	2021 AYT	2022 TYT	2022 AYT	Toplam
9	Mantık	Önermeler ve Bileşik Önermeler	-	2	-	1	-	-	1	1	1	1	7
	Kümeler	Kümelerde Temel Kavramlar	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		Kümelerde İşlemler	1	-	1	2	1	2	1	1	1	1	11
	Denklemler ve Eşitsizlikler	Sayı Kümeleri	5	1	7	3	5	6	5	3	6	4	45
		Bölünebilme Kuralları	1	1	1	1	1	-	1	1	1	-	8
		1. Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler	1	-	1	1	1	1	3	1	1	-	10
		Üslü İfadeler ve Denklemler	2	-	2	-	2	1	1	-	2	-	8
		Denklemler ve Eşitsizliklerle ilgili Uygulamalar	12	-	14	-	15	-	14	-	15	-	70
	Üçgenler	Üçgenlerde Temel Kavramlar	1	-	1	-	1	1	1	-	2	1	8
		Üçgende Eşlik ve Benzerlik	1	-	1	-	-	-	-	-	-	-	2
		Üçgenin Yardımcı Elemanları	-	-	-	-	-	-	2	-	-	-	2
		Dik Üçgen ve Trigonometri	2	-	1	-	2	1	1	-	1	-	8
		Üçgenin Alanı	-	-	-	-	-	1	-	-	1	-	2
	Veri	Merkezî Eğilim ve Yayılım Ölçüleri	1	-	1	-	1	-	-	-	1	-	4
		Verilerin Grafikle Gösterilmesi	1	-	-	1	1	-	1	-	1	-	5

GÜNLÜK HAYATTA ÜÇGENLER



Üçgenler, mimarlık ve mühendislik için en önemli geometrik şekillerden birisidir. Bunun nedeni üçgenlerin dikdörtgen ve karelere oranla daha dayanıklı olması ve şekilleri nedeniyle kolay deforme olmamasıdır. Mısır ve dünyanın birçok bölgesinde yapılan piramitlerin günümüze kadar dayanması bu sayededir.



Üçgenler sadece mimarlık ve mühendislikte değil spor dallarında da sık karşılaşılan şekillerdir. Bisikletlerde bir kadro geometrisi vardır ve ilk bakışta iki üçgenin birleşmesinden oluştuğu görülmektedir. Bunun sebebi bisiklet süren kişinin ağırlığı, ayakta pedal çevirip çevirmemesi, bir virajda yatıp yatmaması, zeminin düz olup olmaması durumlarında üzerine yüklenen tüm kuvvetlere en dayanıklı şeklin üçgen olmasıdır.



Bowling oyununda bir top atılarak labutlar devrilmeye çalışılır. Devrilmesi gereken labutların dizilimi üçgen biçimindedir. Bu örnekler artırılabilir. Üçgen levhalar trafik kuralları ve yollar hakkında bilgi verir. Tehlikeli viraj, yol çalışması, sollama işaretleri buna dâhildir. Tehlikeli durumlar üçgen levhalarla gösterilmektedir.

Tarih Köşesi

Kültür ve medeniyetimizde geometrinin tarihsel gelişim sürecine katkı sağlamış pek çok bilim insanı vardır.
Harezmî tarafından 830 yılında yazılan "El' Kitab'ül Muhtasar fi Hisab 'il Cebri ve'l Mukabele" adlı eserde analitik geometriye ait bilgiler yer almaktadır. Sadece Harezmî değil Ömer Hayyam'ın da "Cebir" adlı eserinde analitik geometriye ait bilgilerin varlığı görülür. Avrupa'da ise yüzyıllar sonra 1637 yılında Fransız matematikçi Descartes (Dekart), "La Geometri" adlı kitabı ile analitik geometriye ait bilgileri vermiştir. Trigonometrinin Avrupa'da duyulup yayılmasında etkili olan isimlerin başında Sabit bin Kurra vardır. "Konikler" kitabı ile Apolonyos'a şerh yazmış. Huneyn bin İshak tarafından Öklid'in "Elementler" adlı eserine yazılan şerhi, ilaveler yaparak düzeltmiştir. Menelaus, Apolonyos, Pisagor, Archimed (Arşimet), Öklid ve Theadosus'un (Teodos) eserlerini Arapçaya şerh etmekle geometriye zaman içinde orijinal olan yeni bilgiler kazandırmıştır. Ebu'l Vefa ise trigonometri çalışmaları dışında, düzgün çok yüzlüler konusuyla da uğraşmıştır. 7 ve 9 kenarlı düzgün çokgenlerin yaklaşık çizimlerine dair yeni bir geometrik yöntem ortaya koymuştur.

Çizim geometrisine ait çalışmalarına örnek olarak aşağıdakiler verilebilir:

- Pergelle dairenin içine pergelin açıklığını bozmadan kare çizmek.
- Verilen bir doğru parçasını, pergel yardımıyla eşit parçalara bölmek.
- Verilen bir kare içine eşkenar bir üçgen çizmek. Geometri öğretiminde ve öğrenimindeki aksaklıkları ve bazı kelimelerden kaynaklı anlam zorluklarını gören Atatürk, 1936 - 1937 kış aylarında yol gösterici olarak 44 sayfalık bir geometri kitabı yazmıştır. Kitap 1937 yılında Milli Eğitim Bakanlığı tarafından yazar adı konmadan yayımlanmış, 1971 yılında da ikinci baskısı Türk Dil Kurumu tarafından çıkarılmıştır. Kitapta kullanılan ve günümüzde kullanılmaya devam edilen pek çok terim, Atatürk tarafından türetilmiştir.

Üçgenlerde Temel Kavramlar

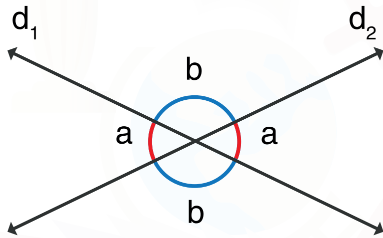
Açı Çeşitleri

- Dar Açı : $0° < m(\widehat{ABC}) < 90°$
- Dik Açı : $m(\widehat{ABC}) = 90°$
- Geniş Açı : $90° < m(\widehat{ABC}) < 180°$
- Doğru Açı : $m(\widehat{ABC}) = 180°$
- Tam Açı : $m(\widehat{ABC}) = 360°$
- Ölçüleri toplamı 90° olan iki açıdan birisi diğerinin tümleridir. α açısının tümleri $90° – \alpha$ olur.
- Ölçüleri toplamı 180° olan iki açıdan birisi diğerinin bütünleridir. α açısının bütünleri $180° – \alpha$ olur.

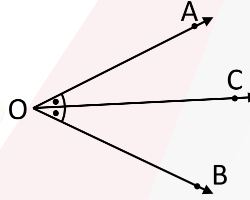
Komşu Açılar : Birer ışını ortak olan açılara denir.
Tümler Açılar : Ölçüleri toplamı 90° olan iki açıya denir.
Komşu Tümler Açı : Birer ışını ortak ve ölçüleri toplamı 90° olan açılara denir.
Bütünler Açılar : Ölçüleri toplamı 180° olan iki açıya denir.
Komşu Bütünler Açı : Birer ışını ortak ve ölçüleri toplamı 180° olan iki açıya denir.
Ters Açılar : Birbirini kesen iki doğrunun oluşturduğu açılardan komşu olmayan açılara denir.


Kritik Bilgi

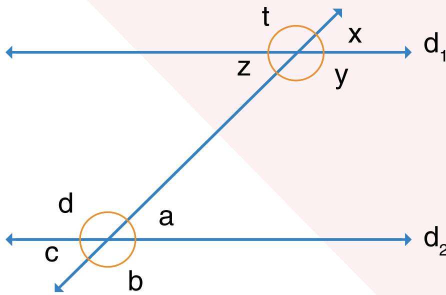
Ters açıların ölçüleri birbirine eşittir



Açıortay:

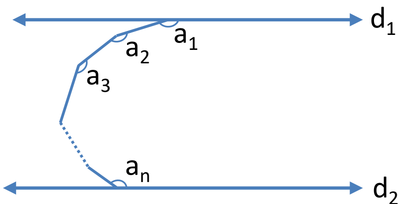


$m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{COB})$
olduğundan
[OC , $(\widehat{AOB})$ nın açıortayıdır.



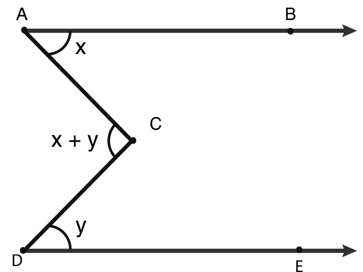
$d_1 // d_2$ olduğundan
$a + y = 180°$
$d + z = 180°$

Yöndeş Açılar : $a = x$, $b = y$, $c = z$, $d = t$
Ters Açılar : $b = d$, $a = c$, $x = z$, $y = t$
İç Ters Açılar : $a = z$, $d = y$



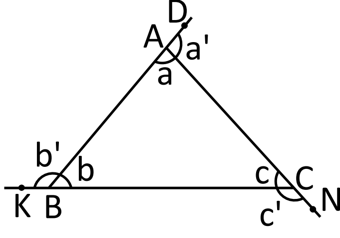
$d_1 // d_2$ olduğuna göre şekildeki
n tane açının ölçülerinin toplamı
$a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n = (n – 1) \cdot 180°$
bağıntısı ile kısaca bulunabilir.


Dikkat!



[AB // [DE,
$m(\widehat{BAC}) = x$, $m(\widehat{CDE}) = y$
olmak üzere
$m(\widehat{ACD}) = x + y$

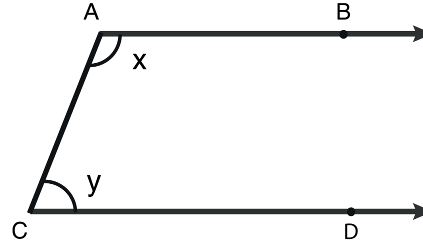
Üçgende Açı



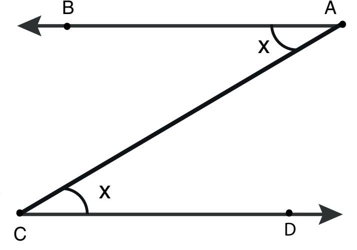
- Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.
- Bir üçgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.



Dikkat!

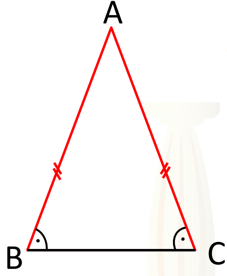


[AB // [CD,
$m(\widehat{BAC}) = x$, $m(\widehat{CDE}) = y$
$x + y = 180°$



[AB // [CD
$m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ACD})$

Kenarlarına Göre Üçgenler



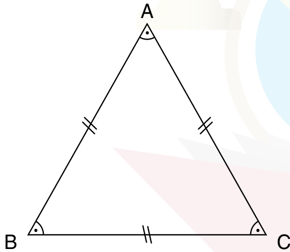
Herhangi iki kenarı eş olan üçgene **ikizkenar üçgen** denir.
ABC üçgeni ikizkenar üçgen ve
|AB| = |AC| olmak üzere
- $m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$ olur .
- $\widehat{A}$ tepe açısıdır.
- $\widehat{B}$ ve $\widehat{C}$ taban açılarıdır.



Dersi İzleyelim

Üçgende Temel kavramlar





ABC üçgeni eşkenar üçgen ise
|AB| = |AC| = |BC|
$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = 60°$ olur.

- Kenarlarının uzunlukları birbirinden farklı olan üçgene **çeşitkenar üçgen** denir.



Dersi İzleyelim

Açı ve Kenar Bağıntıları

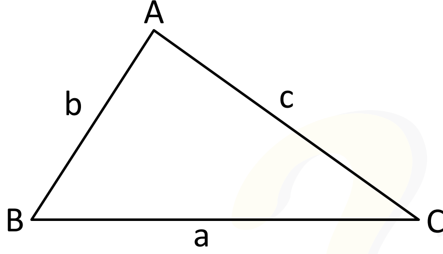


Açılarına Göre Üçgenler

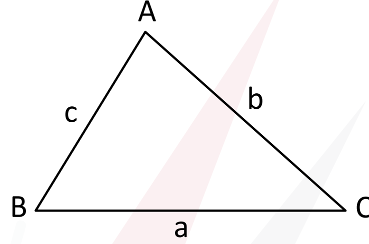
- Üç açısının ölçüsü de dar açı olan üçgene dar açılı üçgen denir.
- Bir açısının ölçüsü 90° olan üçgene dik üçgen denir.
- Bir açısının ölçüsü geniş açı olan üçgene geniş açılı üçgen denir.

Üçgenin Kenar Uzunlukları ile Bu Kenarların Karşılarındaki Açıların Ölçüleri Arasındaki İlişki

Bir üçgende iki kenardan uzun kenarın karşısındaki açının ölçüsü daha büyüktür.



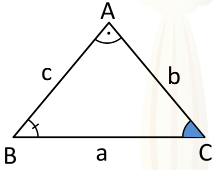
$a > b > c$ ise
$m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{B})$ tür.

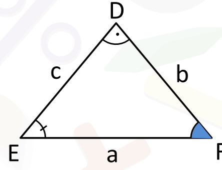


$|b - c| < a < b + c$
$|a - c| < b < a + c$
$|a - b| < c < a + b$

Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik

İki Üçgenin Eşliği





Karşılıklı kenar uzunlukları ve kenarların karşılarındaki açıları eşit olan üçgenler eştir.
$\overset{\frown}{ABC}$ ile $\overset{\frown}{DEF}$ eş ise $\overset{\frown}{ABC} \cong \overset{\frown}{DEF}$ dir.

- Karşılıklı iki kenarı ve bu iki kenarın oluşturduğu açıları eşit olan üçgenler eştir.
  Bu durum Kenar - Açı - Kenar (K.A.K.) eşliği olarak isimlendirilir.
- Karşılıklı olarak ikişer açısının ölçüsü eşit ve eşit açılar arasındaki kenar uzunlukları da aynı olan üçgenler eştir.
  Bu durum Açı - Kenar - Açı (A.K.A.) eşliği olarak isimlendirilir.
- Kenarları arasındaki bire bir eşleme ile karşılıklı kenarları eş olan üçgenlere eş üçgenler denir.
  Bu eşlik Kenar - Kenar - Kenar (K.K.K.) eşliği olarak isimlendirilir. K.K.K. eşliğiyle uzunlukları eşit olan kenarların karşılarındaki açıların ölçüleri de eşit, ölçüleri eşit olan açıların karşılarındaki kenarların uzunlukları da eşittir.

İki Üçgenin Benzerliği

Karşılıklı köşeleri arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı kenar uzunlukları orantılı ve karşılıklı açıların ölçüleri eşit olan üçgenlere benzer üçgenler denir.

Benzerlik sembolü " ~ " şeklindedir.
ABC ve DEF nin benzerliği $\overset{\frown}{ABC} \sim \overset{\frown}{DEF}$ ile gösterilir.

$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}) \\ m(\widehat{C}) = m(\widehat{F}) \end{array}\right\} \text{ ve } \frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = k \text{ olur.}$$

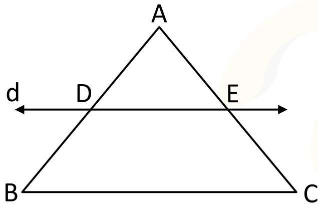

Dersi İzleyelim

Eşlik ve Benzerlik



- Karşılıklı iki kenar uzunluğu orantılı ve bu kenarların oluşturduğu açıların ölçüleri eşit olan üçgenler benzerdir. Bu benzerliğe **Kenar - Açı - Kenar (K. A. K.) benzerlik kuralı** denir.
- İki üçgen arasındaki bire bir eşlemede karşılıklı ikişer açının ölçüleri eşit olan üçgenler benzerdir. Bu benzerliğe **Açı - Açı (A. A.) benzerlik kuralı** denir.
- Köşeleri arasında yapılan bire bir eşlemede karşılıklı kenar uzunlukları orantılı olan üçgenler benzedir. Bu benzerliğe **Kenar - Kenar - Kenar (K. K. K.) benzerlik kuralı** denir.
- Benzer üçgenlerin karşılıklı yardımcı elemanları da aynı benzerlik oranına sahiptir.
- Benzer üçgenlerin çevreleri oranı benzerlik oranına eşittir.

Temel Orantı Teoremi

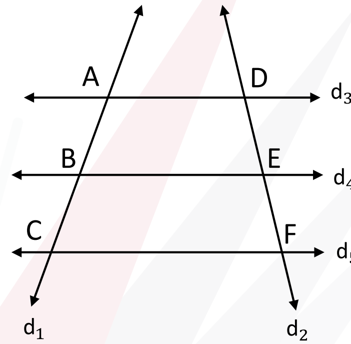


Bir üçgenin bir kenarına paralel olan ve diğer iki kenarı farklı noktalarda kesen doğru, kestiği kenarlar üzerinde orantılı parçalar oluşturur.

Şekilde d // [BC] ise

$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|}$ olur.

Thales Teoremi



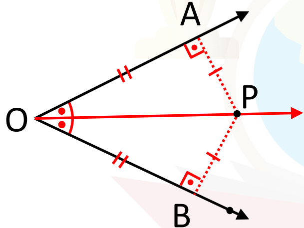
Birbirine paralel en az üç doğru farklı iki kesen üzerinde orantılı doğru parçaları oluşturur.

Şekilde $d_3 // d_4 // d_5$ ise

$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|}$ olur.

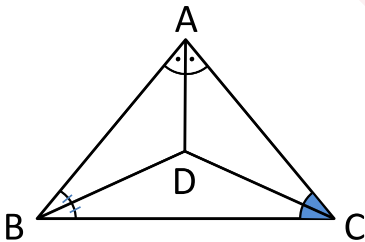
Üçgenin Yardımcı Elemanları

Açıortay üzerinde alınan bir noktadan açının kollarına indirilen dikmelerin uzunlukları eşittir.



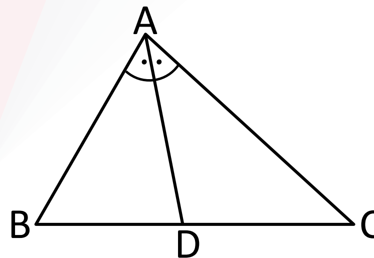
$m(\widehat{AOP}) = m(\widehat{BOP})$,
$m(\widehat{OPA}) = m(\widehat{OPB})$ ve $m(\widehat{OAP}) = m(\widehat{OBP})$ olduğundan
$|AO| = |BO|$ ve $|AP| = |PB|$ dir.

Üçgende İç ve Dış Açıortaylar



Üçgenin herhangi iki köşesine ait iç açıortayların kesiştiği nokta D ise diğer köşeden gelen açıortay da D noktasından geçer.

İç Açıortay Teoremi

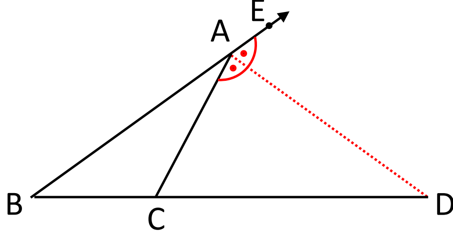


ABC üçgeninin A köşesine ait iç açıortayı [AD] ise

$\frac{|DB|}{|DC|} = \frac{|AB|}{|AC|}$

$|AD| = n_A$ ile gösterilir.

Dış Açıortay Teoremi



$\widehat{ABC}$ nin A köşesindeki açının dış açıortayı [AD] ise

$$\frac{|AC|}{|CD|} = \frac{|AB|}{|BD|}$$

$|AD| = n'_A$ ile gösterilir.

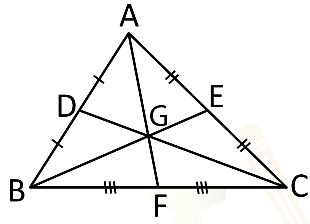


Dersi İzleyelim

Üçgende Açıortay



Üçgenin Kenarortayları

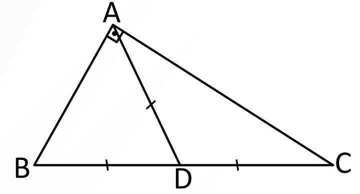


Bir üçgende bir köşeyi karşısındaki kenarın orta noktasına birleştiren doğru parçasına üçgenin bu kenarına ait kenarortayı denir. Kenarortaylar üçgen içinde bir noktada kesişirler. Bu noktaya üçgenin ağırlık merkezi denir ve "G" ile gösterilir. Şekilde

$$\frac{|AG|}{|GF|} = \frac{|BG|}{|GE|} = \frac{|CG|}{|GD|} = 2$$



Kritik Bilgi



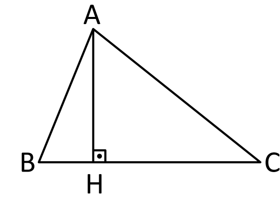
Bir dik üçgende hipotenüse ait kenarortay uzunluğu hipotenüsün yarısına eşittir.

Üçgenin Kenar Orta Dikmeleri

Üçgenin herhangi bir kenarının orta noktasından geçen ve bu kenara dik olan doğru parçasına kenar orta dikme denir.

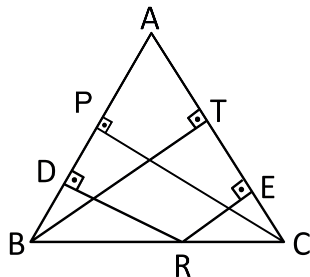
- Üçgenin kenar orta dikmeleri bir noktada kesişir.
- Bir doğru parçasının orta dikmesi üzerinde alınan her nokta, doğru parçasının uç noktalarına eşit uzaklıktadır ve bunun karşıtı da doğrudur.

Üçgenin Yüksekliği



Bir üçgende herhangi bir köşeden karşı kenara veya karşı kenarın uzantısına dik olarak indirilen doğru bilgi parçasına o kenara ait yükseklik denir.

• Şekilde [AH], [BC] nın yüksekliğidir.
• H noktasına dikme ayağı denir.
• $|AH| = h_a$ ile gösterilir.
• Üçgenin yükseklikleri bir noktada kesişir. Bu noktaya diklik merkezi denir.



İkizkenar üçgenin tabanında alınan bir noktadan diğer kenarlara çizilen dikmelerin uzunlukları toplamı, üçgenin eş olan kenarlarına ait yüksekliklerinin uzunluklarına eşittir.

|AB| = |AC| olan şekildeki ikizkenar üçgen için

|RD| + |RE| = |BT| = |CP| olur.

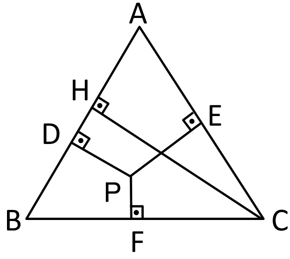


Kritik Bilgi

- Herhangi bir üçgende kenar uzunlukları arasındaki sıralama ile bu kenara ait yükseklikler arasındaki sıralama ters orantılıdır.
- Bir üçgenin herhangi bir köşesine ait olan yükseklik, açıortay ve kenarortay uzunlukları arasında $h \leq n \leq V$ bağıntısı vardır.

$\widehat{ABC}$ için

- $\widehat{ABC}$ çeşitkenar üçgen ise $h_a < n_A < V_a$ olur.
- $\widehat{ABC}$ için |AB| = |AC| ise $h_a = n_A = V_a$ olur.



Eşkenar üçgen içinde alınan bir noktadan kenarlara indirilen dikmelerin uzunlukları toplamı, eşkenar üçgenin yüksekliğine eşittir. Şekilde eşkenar üçgen olan $\widehat{ABC}$ nde
$|PD| + |PE| + |PF| = |CH|$ olur.



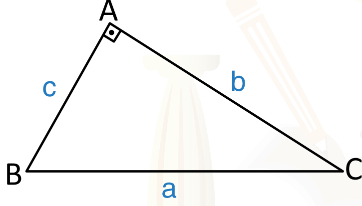
Dersi İzleyelim

Üçgenin Kenarortayı ve Yüksekliği



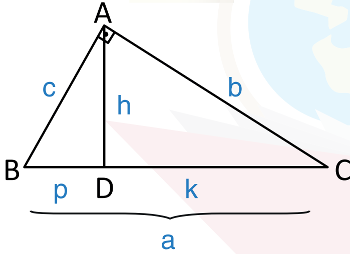
Dik Üçgen ve Trigonometri

Pisagor Teoremi



$\widehat{ABC}$ için $m(\widehat{A}) = 90°$ olduğunda
$a^2 = b^2 + c^2$ olur.

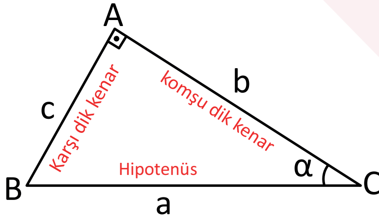
Öklid Teoremi



Bir dik üçgende dik açının olduğu köşeden karşı kenara indirilen dikme için

- $h^2 = p \cdot k$
- $c^2 = p \cdot a$
- $b^2 = k \cdot a$
- $a \cdot h = b \cdot c$

Bu eşitliklere Öklid teoremi denir.



Şekildeki ABC dik üçgeninde
$m(\widehat{A}) = 90°$ ve $m(\widehat{ABC}) = \alpha$ olsun

$\sin\alpha = \frac{c}{a}$,

$\cos\alpha = \frac{b}{a}$,

$\tan\alpha = \frac{c}{b}$,

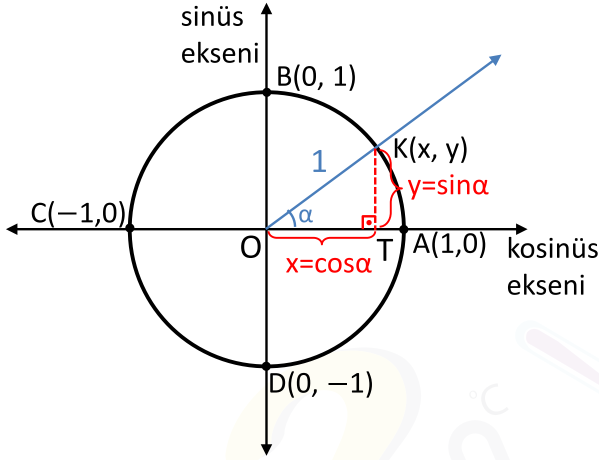
$\cot\alpha = \frac{b}{c}$ olur.

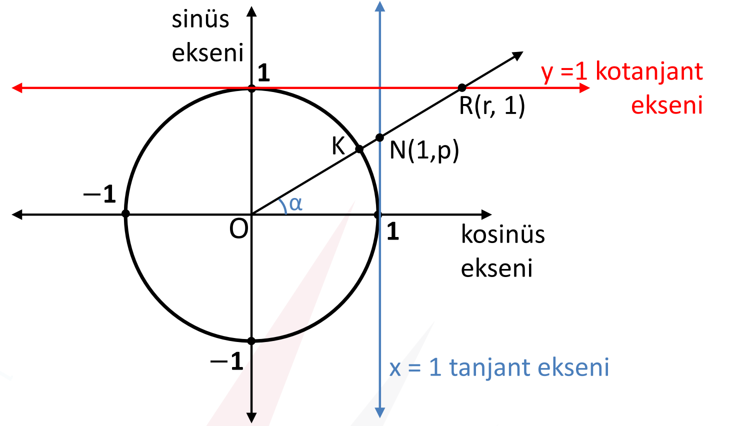


Biliyor musunuz?

Trigonometri oranların inşaat mühendisliğinde, coğrafyada, uzay biliminde, jeofizikte, ekonomide, elektrik mühendisliğinde, elektronikte, uçak mühendisliğinde, makine mühendisliğinde, meterolojide, sismolojide, optikte, uydu yayınlarında etkin bir şekilde kullanıldığını biliyor muydunuz?

Merkezi orijinde olan ve yarıçapı 1 birim olan çembere **birim çember** denir. TOK dik üçgeninde Pisagor teoreminden $x^2 + y^2 = 1$ olur.





$x = \cos\alpha$, $y = \sin\alpha$ ile gösterilir. TOK dik üçgeninde Pisagor teoremiyle
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ elde edilir

$x = 1$ doğrusuna tanjant ekseni, $y = 1$ doğrusuna kotanjant ekseni denir. K(x, y) noktası birim çember üzerinde bir nokta ve $m(\widehat{AOK}) = \alpha$ olmak üzere

- [OK nın tanjant eksenini kestiği nokta olan N(1, p) için $p = \tan\alpha$ olur.
- [OK nın kotanjant eksenini kestiği nokta olan R(r, 1) için $r = \cot\alpha$ olur.



Dersi İzleyelim

Dik Üçgen ve Trigonometri



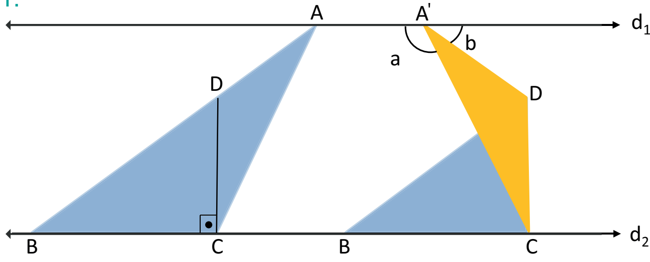


Dersi İzleyelim

Dik Üçgenlerde Trigonometrik Oranlar



1.



Köşeleri, birbirine paralel d_1 ve d_2 doğruları arasına yerleştirilmiş olan ABC üçgeni verilmiştir.

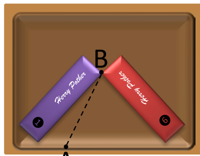
$m(\widehat{ABC}) = 2m(\widehat{BAC}) = 40°$ olan ABC üçgeni A köşesinden tutularak [DC] boyunca katlandığında A köşesi d_1 doğrusu üzerindeki A' noktası ile çakışmaktadır.
Buna göre a – b **değeri kaçtır?**

2. Şekil 1'deki kitaplıkta yükseklikleri 20 cm genişlikleri 6 cm olan 6 tane kitap vardır. Şekil 1'deki 2. kitabın bir köşesi A noktasıdır.



Şekil 1

Kitaplıktan 4 kitap alınınca 1. ve 6. kitap köşeleri üzerinde sadece üst köşeleri yan yatarak B noktasında birleşip Şekil 2 'deki görüntüyü oluşturmuştur.



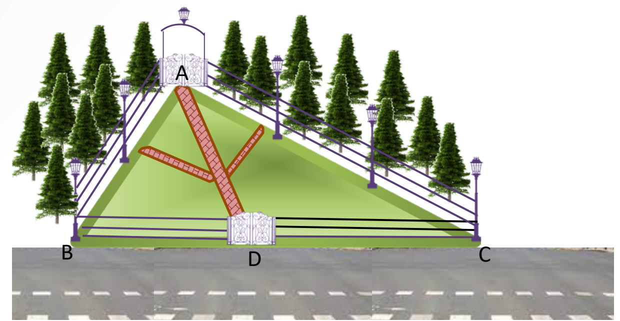
Şekil 2

2. kitabın A köşesi ile Şekil 2 'deki B noktasını birleştiren doğru parçasının kitaplığın tabanı ile oluşturduğu açının tanjantı kaçtır?

3. Hipotenüs üzerindeki bir köşeleri ortak birbirinden farklı iki dik üçgenin, hipotenüsleri ve hipotenüslerine ait yükseklikleri aynı taşıyıcı doğrular üzerindedir.

Bu üçgenlerin hipotenüse ait dikme ayağının hipotenüs üzerindeki ortak olmayan diğer köşelere uzaklıkları oranı 4 olduğuna göre hipotenüslerine ait yüksekliklerinin büyük olanın küçük olana oranı kaçtır?

4. Aşağıda üçgen şeklindeki bir parkın A ve D noktalarında giriş çıkışı olan doğrusal bir yürüyüş yolu verilmiştir.

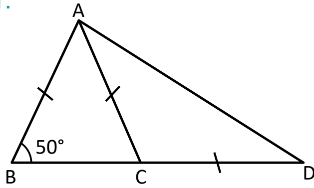


Aydınlatma amacıyla bu parkın kenarlarına A giriş kapısından başlayarak eşit aralıklarla AB yolu üzerine 3, AC yolu üzerine 4 sokak lambası yerleştirilmiştir.

AD yürüyüş yolu üzerindeki herhangi bir noktanın parkın çıkış kapısı olmayan kenarlarına olan en yakın mesafeleri birbirine eşittir.

Bu parkın cadde tarafındaki BC kenarının uzunluğu 50m olduğuna göre D kapısının cadde tarafındaki köşelerinden yakın olanına uzaklığı kaç metredir?

1.



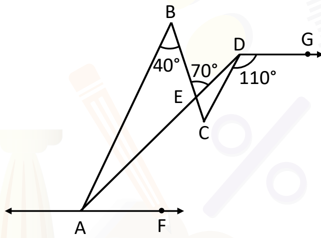
ABC bir üçgendir.
|AB| = |AC| = |CD|

$m(\widehat{ABD}) = 50°$ **olduğuna göre** $m(\widehat{BAD})$ **kaç derecedir?**

A) 75 B) 85 C) 95 D) 105 E) 115



2.



Şekilde [AB] // [CD], AF // [DG ve [AD] ∩ [BC] = {E}'tir.

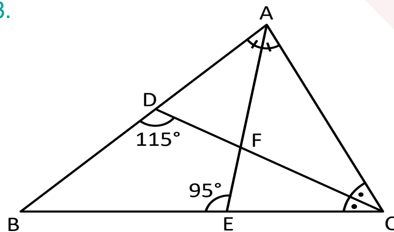
$m(\widehat{ABC}) = 40°$ $m(\widehat{BED}) = 70°$ ve $m(\widehat{CDG}) = 110°$

olduğuna göre $m(\widehat{DAF})$ **kaç derecedir?**

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50



3.



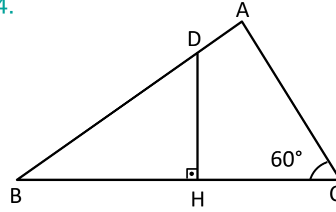
Şekilde ABC üçgeninde $m(\widehat{DCB}) = m(\widehat{ACD})$, $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAC})$ ve [AE] ∩ [CD] = {F}'tir.

$m(\widehat{BDC}) = 115°$ **ve** $m(\widehat{AEB}) = 95°$ **olduğuna göre** $m(\widehat{ABC})$ **kaç derecedir"?**

A) 60 B) 55 C) 50 D) 45 E) 40



4.



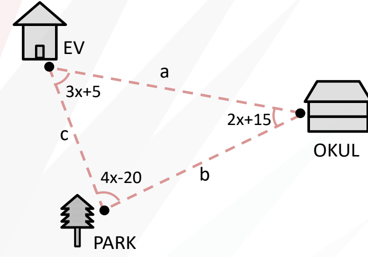
Şekilde ABC üçgeninde
[DH] ⊥ [BC],
|BH| = |HC|,
|DB| = |AC|'tir.

$m(\widehat{ACB}) = 60°$ **olduğuna göre** $m(\widehat{BDH})$ **kaç derecedir?**

A) 50 B) 55 C) 60 D) 65 E) 70



5.



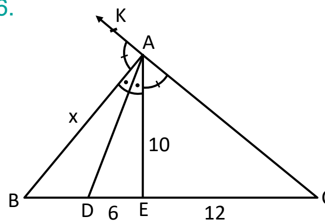
Ömer evinden okula gidiyor. Okuldan çıktıktan sonra parka uğrayıp tekrar evine dönüyor.

a, b, c; **ev, okul ve park arasındaki mesafeleri temsil ettiğine göre aşağıda verilen sıralamalardan hangisi doğrudur?**

A) a > c > b B) b > c > c C) c > b > a D) b > a > c E) a > b > c



6.



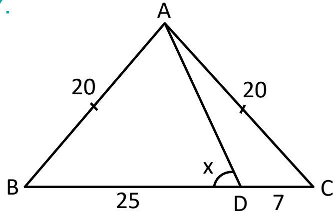
ABC üçgen
[AD], $(\widehat{BAE})$'nin açıortayıdır.
$m(\widehat{CAE}) = m(\widehat{BAK})$
|AE| = 10 cm,
|DE| = 6 cm
|EC| = 12 cm

olduğuna göre |AB| = x **kaç santimetredir?**

A) 30 B) 25 C) 20 D) 15 E) 10



7.



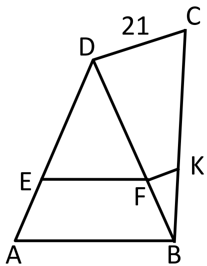
ABC ikizkenar üçgen,
|AB| = |AC| = 20 cm
|BD| = 25 cm,
|DC| = 7 cm

olduğuna göre, (sinx + cosx) **toplamının sonucu kaçtır?**

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{9}{7}$



8.



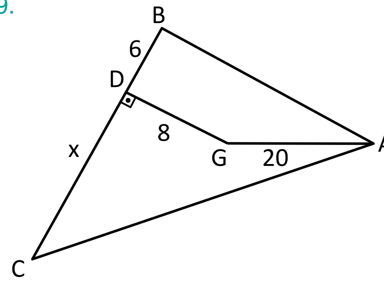
Şekildeki ABD ve BCD üçgenlerinde [EF] // [AB] ve [FK] // [DC] 'dir.

|DC| = 21 cm, 7|EF| = 4|AB| **olduğuna göre** |KF| **kaç santimetredir?**

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9



9.



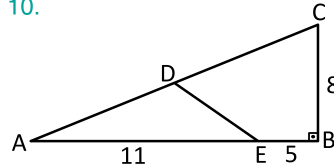
ABC üçgen,
G, ABC üçgeninin ağırlık merkezi,
|AG| = 20 cm
|BD| = 6 cm,
|DG| = 8 cm

olduğuna göre |DC| = x **kaç santimetredir?**

A) 15 B) 18 C) 20 D) 21 E) 24



10.



Şekildeki ABC dik üçgeninde
[AB] ⊥ [BC],
|AD| = |DC|,
|AE| = 11 cm, |EB| = 5 cm
|CB| = 8 cm

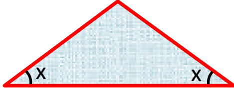
Buna göre |DE| **kaç santimetredir?**

A) 3 B) 4 C) $3\sqrt{2}$ D) 5 E) $4\sqrt{2}$

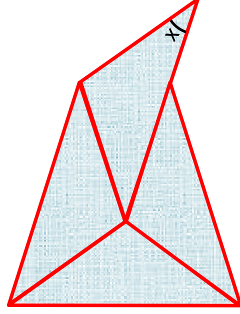


2018 TYT

11. Amblem tasarlayan Hande, Şekil 1'deki ikizkenar üçgen biçimindeki kartondan dört tanesini bir masa üzerinde aralarında boşluk bırakmadan birleştirerek her birinin tamamen göründüğü Şekil 2'deki deseni elde ediyor.



Şekil 1



Şekil 2

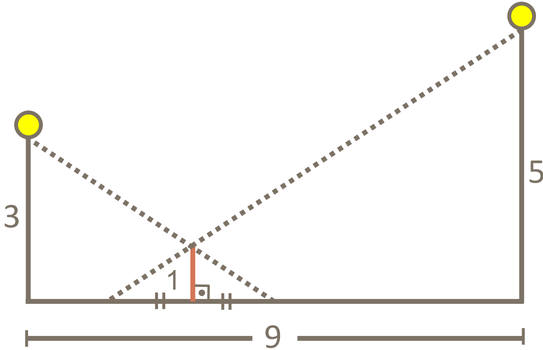
Buna göre, x açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 15 B) 20 C) 30 D) 36 E) 48



2018 TYT

12. Doğrusal bir yol üzerinde, aralarındaki uzaklık 9 metre olan 3 ve 5 metre yüksekliğindeki iki lamba direği ve bu direklerin arasında bulunan 1 metre yüksekliğindeki bir çubuk şekilde gösterilmiştir.



Direkler üzerindeki lambaların çubuğun her iki tarafında oluşturduğu gölgelerin boyları birbirine eşittir.

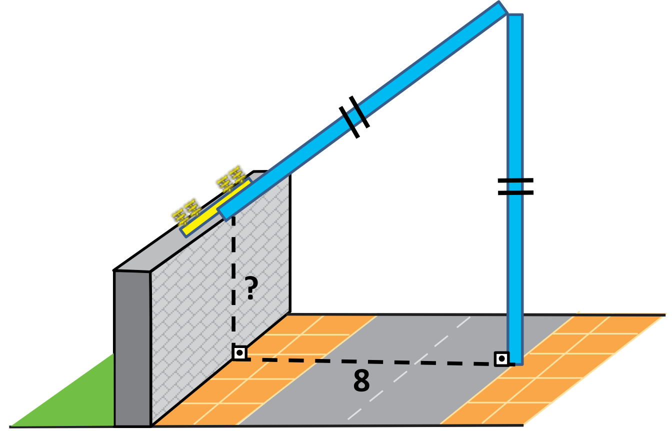
Buna göre, lambalardan birinin oluşturduğu gölgenin boyu kaç metredir?

A) 1 B) 1,2 C) 1,5 D) 1,8 E) 2



2018 TYT

13. Uzunluğu 20 metre olan mavi renkli elektrik direği, fırtına nedeniyle tam ortadan kırılmış ve direğin uç noktası şekilde görüldüğü gibi direğe 8 metre uzaklıkta bulunan duvarın üzerine gelmiştir.



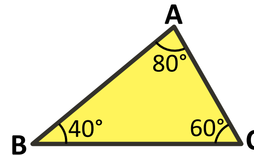
Buna göre, duvarın yüksekliği kaç metredir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

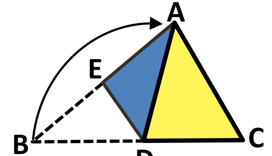


2019 TYT

14. Ön yüzü sarı, arka yüzü mavi renkli olan üçgen biçimindeki ABC kâğıdı Şekil 1'de gösterilmiştir. Bu kâğıt; B köşesi, A köşesinin üzerine gelecek biçimde Şekil 2'deki gibi katlanmıştır.



Şekil 1



Şekil 2

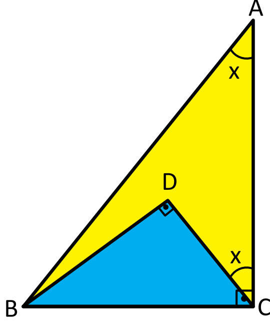
Buna göre; |AC|, |AE| ve |BD| uzunluklarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) |AC| < |AE| < |BD|
B) |AC| < |BD| < |AE|
C) |AE| < |AC| < |BD|
D) |AE| < |BD| < |AC|
E) |BD| < |AE| < |AC|



2019 TYT

15. Birer kenarları çakışık olan ABC ile BCD dik üçgenleri şekildeki gibi çizildikten sonra oluşan iki bölge sarı ve mavi renge boyanmıştır.



$m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{BAC})$

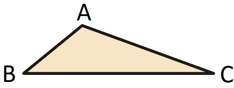
olduğuna göre, sarı bölgenin alanının mavi bölgenin alanına oranının x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) sin2x B) cos2x C) $\sin^2x$ D) $\cot^2x$ E) $\csc^2x$

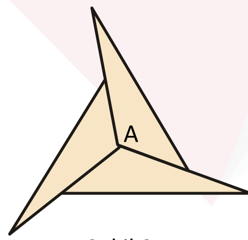


2020 TYT

16. Köşeleri A, B ve C harfleriyle isimlendirilmiş üçgen biçimindeki bir ABC kartonu Şekil 1'deki gibi gösterilmiştir. 3 tane ABC kartonu, A köşeleri çakıştırılıp kenarlar arasında boşluk kalmayacak ve kartonlar üst üste gelmeyecek biçimde düz bir zemin üzerinde Şekil 2'deki gibi birleştirilebilmektedir. Aynı işlem, 9 tane ABC kartonu kullanılarak kartonların B köşeleri çakıştırılıp yapılabilmektedir.



Şekil 1



Şekil 2

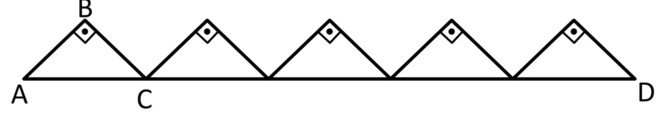
Buna göre, bu işlem kaç tane ABC kartonu kullanılarak kartonların C köşeleri çakıştırılıp yapılabilir?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

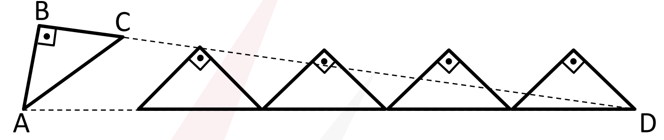


2020 TYT

17. Dik kenar uzunlukları 1 birim olan 5 özdeş ikizkenar dik üçgen, hipotenüsleri aynı doğru üzerinde olacak ve yan yana gelen üçgenlerin birer köşesi çakışacak biçimde Şekil 1'deki gibi diziliyor.



Sonra ABC üçgeni A noktası etrafında bir miktar döndürülüyor ve Şekil 2 'deki gibi B, C ve D noktaları doğrusal oluyor.



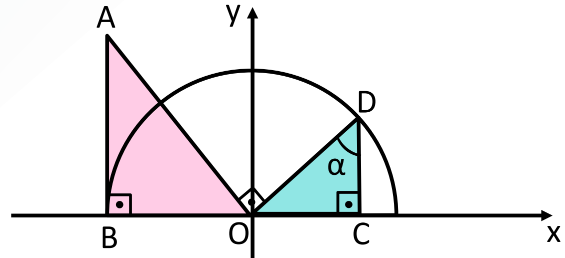
Buna göre, son durumda C ve D noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) $3\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$



2020 TYT

18. Dik koordinat düzleminde O merkezli yarıçapı 1 birim olan yarım çember ile B ve D noktaları bu yarım çember üzerinde olan OAB ve OCD dik üçgenleri aşağıda gösterilmiştir.



Şekilde [OA] ve [OD] doğru parçaları dik kesişmektedir.

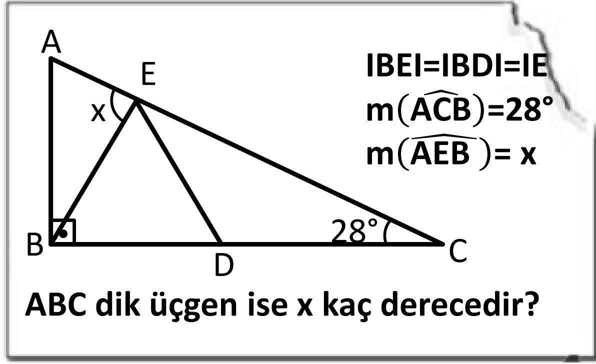
Buna göre, OAB üçgeninin alanının OCD üçgeninin alanına oranının α türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan\alpha$ B) $\cot\alpha$ C) $\csc\alpha$ D) $\tan^2\alpha$ E) $\sec^2\alpha$



2020 AYT

19. Ders kitabından aşağıdaki soruyu çözmek isteyen Engin, sayfanın bir kısmı yırtık olduğu için uzunlukları birbirine eşit, farklı üç doğru parçasından bir ucu E olan sonuncu doğru parçasının hangisi olduğunu anlayamıyor.



Bu yüzden bu doğru parçası yerine bir ucu E diğer ucu A, D ve C'den biri olan rastgele bir doğru parçası seçiyor ve bu seçime göre işlem hatası yapmadan soruyu çözüyor. Cevap anahtarına baktığında ise bulduğu sonucun doğru olmadığını görüyor.

Cevap anahtarı hatalı olmadığına göre, Engin'in bulduğu sonuç ile doğru cevap arasındaki fark kaç derecedir?

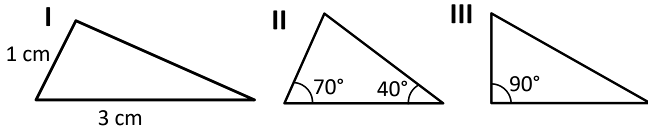
A) 30 B) 31 C) 32 D) 33 E) 34



2021 TYT

20. Kenarlarından birinin uzunluğu diğer iki kenar uzunluğunun aritmetik ortalamasına eşit olan üçgenlere ortalama üçgen denir.

Buna göre,



üçgenlerinden hangileri ortalama üçgen olabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III



2021 TYT

21. Şenol Öğretmen; öğrencisi Hasan'dan, bir etkinliği aşağıdaki sırayla yapmasını istiyor.

- [AB] ⊥ [BC] olacak şekilde bir ABC üçgeni çizelim.
- IBDI = 4 birim ve IDCI = 5 birim olacak şekilde [BC] kenarı üzerinde bir D noktası alalım.
- $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{CAD})$ olduğuna göre ABC üçgeninin çevresini bulalım.

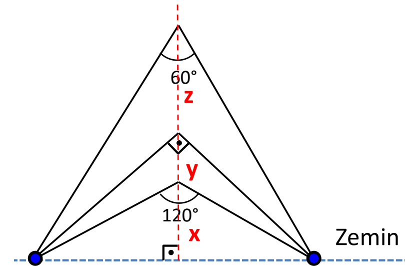
Buna göre Hasan etkinliği tamamladığında bulduğu doğru sonuç kaç birimdir?

A) 25 B) 30 C) 36 D) 40 E) 45



2021 TYT

22.



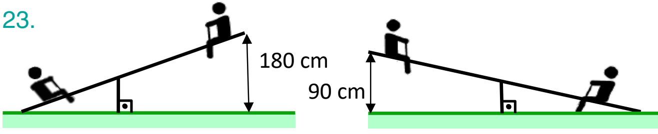
İki ucundan zemine sabitlenmiş olan bir lastik, tam ortasından tutulup zemine dik bir biçimde yukarı doğru çekilip uzatılıyor. Lastik zeminden x birim yukarı çekildiğinde oluşan açı 120°, bu durumdan y birim daha yukarı çekildiğinde oluşan açı 90° ve son olarak ikinci durumdan z birim daha yukarı çekildiğinde oluşan açı 60° olmaktadır.

Buna göre x, y ve z değerlerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x < y < z$ B) $y < x < z$ C) $y < z < x$ D) $z < x < y$ E) $z < y < x$



2021 TYT

23. 

Doğrusal bir parça ve zemine dik olacak biçimde bu parçaya yerleştirilen bir desteğin oluşturduğu eşit kollu olmayan bir tahterevalli yapılmıştır. Düz bir zemine yerleştirilen bu tahterevallinin sol ucu Şekil 1'deki gibi yere değdiğinde sağ ucunun yerden yüksekliği 180 cm oluyor. Tahterevallinin sağ ucu Şekil 2'deki gibi yere değdiğinde ise sol ucunun yerden yüksekliği 90 cm oluyor.

Buna göre, tahterevalliye yerleştirilen desteğin uzunluğu kaç cm'dir?

A) 45 B) 54 C) 60 D) 75 E) 81



2021 TYT

24. Bir ABC üçgeni ve bu üçgenin AB kenarı üzerinde alınan bir D noktası ile ilgili aşağıdaki dört ifadeden ikisinin doğru ikisinin yanlış olduğu biliniyor.

I. $AB \perp CD$

II. $|AD| = |BD|$

III. $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{BCD})$

IV. $A(\widehat{ACD}) = A(\widehat{BCD})$

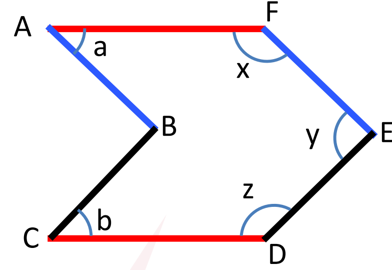
Buna göre, bu üçgen için doğru olan ifadeler aşağıdakilerden hangisidir?

A) I ve II B) I ve III C) I ve IV D) II ve III E) II ve IV



2022 TYT

25. Aynı renkteki kenarları birbirine paralel olan aşağıdaki şekilde derece türünden a, b, x, y ve z açıları gösterilmiştir.



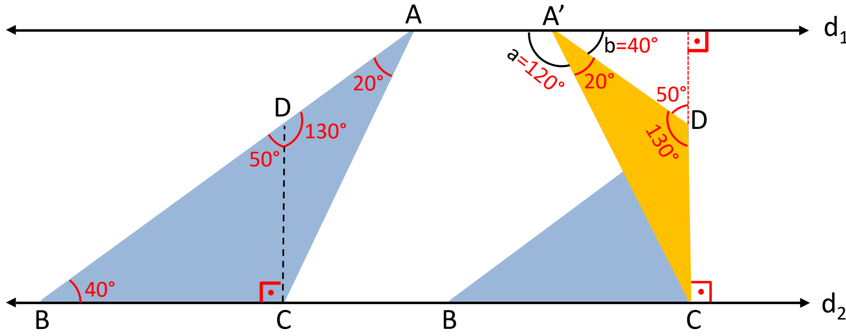
$a < b < 60°$ **olduğuna göre x, y ve z açılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $y < x < z$ D) $y < z < x$ E) $z < y < x$



Açık Uçlu Sorular

1.

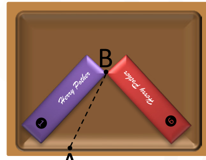


$a - b = 120 - 40 = 80$

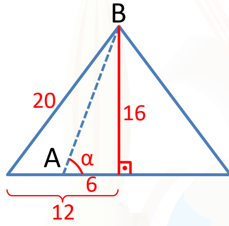
2.



Şekil 1

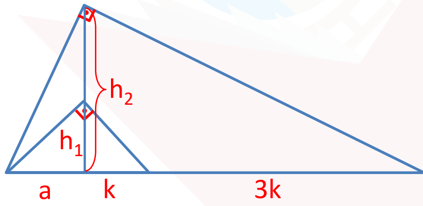


Şekil 2



$\tan\alpha = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$

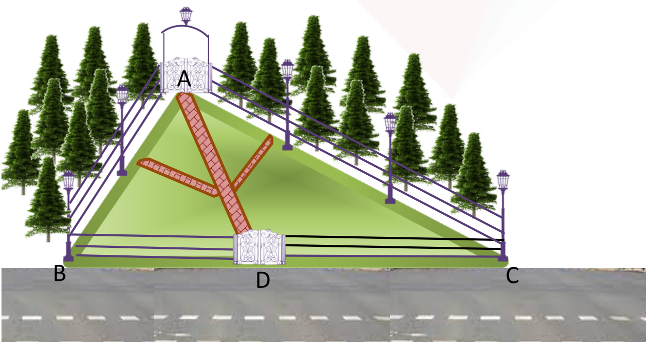
3.

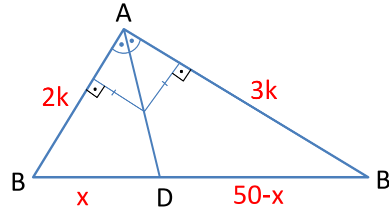


$h_1^2 = a \cdot k$, $h_2^2 = a \cdot 4k$ (Öklid bağıntısı)

$\frac{h_2^2}{h_1^2} = \frac{a \cdot 4k}{a \cdot k} = 4 \Rightarrow \sqrt{\frac{h_2^2}{h_1^2}} = \sqrt{4} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = 2$

4.





$\frac{2k}{3k} = \frac{x}{50 - x}$ ([AD] açıortay)

$3x = 100 - 2x$

$x = 100$

Cevap Anahtarı

Çoktan Seçmeli Sorular

1. D	2. D	3. E	4. A	5. D	6. A	7. D	8. E	9. B	10. D	11. D	12. C
13. C	14. D	15. D	16. D	17. C	18. E	19. C	20. B	21. C	22. B	23. C	24. E
25. D											



 **Konu Özeti** — Konuyla ilgili kısa ve öz bilgiler

 **Açık Uçlu Sorular** — Konuyla ilgili ufkunuzu açacak sorular

 **Çoktan Seçmeli Sorular** — Konuyla ilgili çoktan seçmeli testleri

 **Neler Öğreneceğiz?** — Fasikülde hangi konuların öğrenildiği

 **Hatırlayalım** — Konuyla ilgili önceki bilgiler

 **Araştırma** — Konuyla ilgili detaylı bilgiye ulaşmanız için ödevler



Faydalı Linkler — Konuyla ilgili yararlanılabilecek web siteleri

 **Kritik Bilgi** — Fasikülde geçen konuyla ilgili en önemli bilgi

 **Bir Örnek de Sen Ver** — Konuyla ilgili sizden gelen örnekler

 **Biliyor musunuz?** — Konuyla ilgili çarpıcı bilgiler

 **Filozof Der ki** — Filozofların konuyla ilgili söylediği önemli sözler

 **Felsefe Sözlüğü** — Felsefe ile ilgili kavramlar

 **Haritada Bulalım** — Konuyla ilgili özellikleri haritada işaretleme

 **Dersi İzleyelim** — Konuyla ilgili konu anlatım videoları

Fasikülde karıştırılmaması gereken bilgiler